

Spectrométrie par transformée de Fourier

1. Introduction

La spectrométrie interférentielle par transformée de Fourier est utilisée couramment en spectroscopie moléculaire dans le domaine de l'infrarouge. L'objectif de ces TP est de mettre en œuvre cette technique avec un interféromètre de Michelson.

2. Matériel et outils numériques

Matériel :

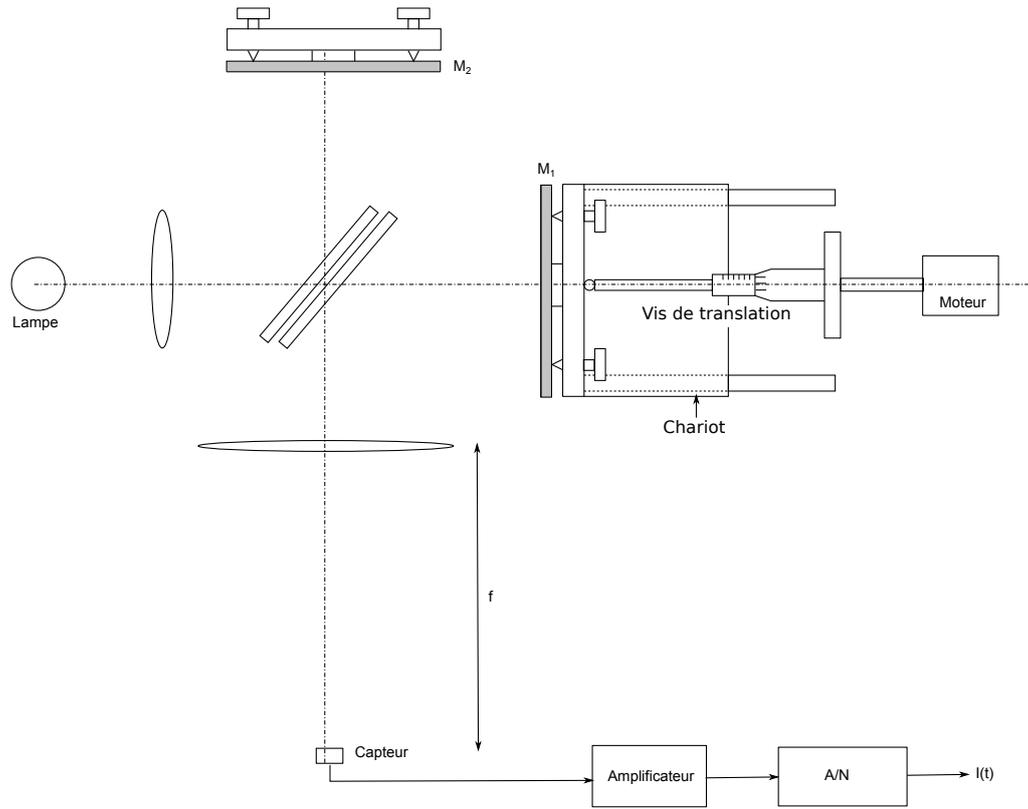
- ▷ Interféromètre de Michelson.
- ▷ Laser diode.
- ▷ Lentilles convergentes 1 *m* et 8 *cm*.
- ▷ Condenseur.
- ▷ Lampes spectrales Na et Hg (ou Hg-Cd).
- ▷ Lampe incandescente Quartz-Iode.
- ▷ Filtres colorés.
- ▷ Boîtier photodiode avec filtre passe-bas intégré.
- ▷ Tube en carton et support.
- ▷ Carte d'acquisition Sysam SP5.
- ▷ Ordinateur et environnement Python.

Outils numériques :

- ▷ [acquisition.py](#) : programme d'acquisition de l'interférogramme.
- ▷ [analyseSpectrale.py](#) : analyse spectrale de l'interférogramme.

3. Principe de la spectrométrie par transformée de Fourier

L'interféromètre est réglé en lame d'air. Un capteur de lumière est placé au centre des anneaux, au foyer d'une lentille convergente de focale 1 mètre. Le chariot portant le miroir M_1 est entraîné en translation par un moteur dont la vitesse est de un tour (500 μm) par 15 minutes, ce qui fait une variation de différence de marche au centre des anneaux de 10/9 micromètres par seconde. Pour une longueur d'onde de 400 *nm*, cela fait une variation périodique de l'intensité de fréquence 2,7 *Hz*.



Le capteur a une surface de l'ordre du millimètre carré, très petite devant celle du disque central. Pour une longueur d'onde comprise entre λ et $\lambda + d\lambda$, l'intensité délivrée par le capteur est donc pratiquement l'intensité au centre des anneaux :

$$dI(\delta, \lambda) = S(\lambda) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta \right) \right) d\lambda \quad (1)$$

$S(\lambda)$ est une fonction de la longueur d'onde qui prend en compte à la fois le spectre de la lumière et la réponse spectrale du capteur. $\delta = 2e$ est la différence de marche à l'emplacement du capteur, qui varie à la vitesse de 10/9 micromètres par seconde.

On introduit l'inverse de la longueur d'onde $\sigma = 1/\lambda$ (le nombre d'onde), ce qui permet d'écrire :

$$dI(\delta, \sigma) = S(\sigma) (1 + \cos(2\pi\sigma\delta)) d\sigma \quad (2)$$

Pour une différence de marche δ , l'intensité délivrée par le capteur est la somme de ces contributions élémentaires, car les différentes longueurs d'onde sont incohérentes entre elles :

$$I(\delta) = \int_0^{\infty} S(\sigma) (1 + \cos(2\pi\sigma\delta)) d\sigma \quad (3)$$

La fonction $S(\sigma)$ est non nulle sur l'intervalle de nombre d'onde de sensibilité du capteur. Cette intensité s'écrit :

$$I(\delta) = \int_0^{\infty} S(\sigma) d\sigma + \text{Re} \left[\int_0^{\infty} S(\sigma) e^{-i2\pi\sigma\delta} d\sigma \right] \quad (4)$$

Le premier terme est une constante indépendante de δ . On s'intéresse au second terme, appelé *interférogramme*. La fonction $S(\sigma)$ étant réelle et paire, il s'écrit :

$$J(\delta) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S(\sigma) e^{-i2\pi\sigma\delta} d\sigma \quad (5)$$

Il s'agit de la transformée de Fourier de la fonction spectrale $S(\sigma)$. La méthode de *spectrométrie de Fourier* consiste à obtenir expérimentalement la fonction $J(\delta)$, et à en déduire la fonction spectrale par la transformée de Fourier inverse :

$$S(\sigma) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} J(\delta) e^{i2\pi\sigma\delta} d\delta \quad (6)$$

Les fonction $J(\delta)$ et $I(\delta)$ ne diffèrent que d'une constante additive. On peut donc tout aussi bien calculer la transformée de Fourier inverse de $I(\delta)$, dont seule la composante de fréquence nulle est différente.

Le balayage de δ permettant d'échantillonner la fonction $I(\delta)$ est obtenu par la translation du miroir entraîné par le moteur. Soit v la vitesse de variation de la différence de marche (égale à 10/9 micromètres par seconde). En supposant pour simplifier que la différence de marche est nulle à l'instant zéro, on a :

$$\delta = vt \quad (7)$$

Le signal est numérisé à une fréquence d'échantillonnage f_e . Si N est le nombre total d'échantillons obtenus, la différence de marche maximale est :

$$L = v \frac{N}{f_e} \quad (8)$$

Une transformée de Fourier discrète est appliquée à ces N échantillons, ce qui donne les valeurs de la fonction $S(\sigma)$ pour N nombres d'onde allant de 0 à f_e/v et espacés de $1/L$. La résolution du spectre obtenu est donc en principe $1/L$, l'inverse de la différence de marche maximale. Cette résolution théorique maximale ne peut être obtenue que si le système d'entraînement est assez régulier.

L'utilisation de la photodiode est expliquée en annexe.

4. Réglage de l'interféromètre

L'objectif est d'obtenir des interférences en lame d'air avec un bon contraste. Les étapes pour y parvenir sont :

- ▷ Réglage de la lame compensatrice et premier réglage des miroirs avec un laser et une lentille convergente.
- ▷ Obtention des anneaux d'égale inclinaison en lame d'air, avec une lampe spectrale Na.
- ▷ Obtention des franges d'égale épaisseur en coin d'air.
- ▷ Retour au contact optique.

Faire ces réglages puis noter la position du chariot au contact optique.

5. Spectre de raies

On commence par obtenir l'interférogramme avec la lampe spectrale Na. On fera un déplacement du miroir d'environ $100 \mu m$ de part et d'autre du contact optique, soit un déplacement total de $200 \mu m$, dont la durée est de $360 s$. La fréquence d'échantillonnage sera de $100 Hz$, ce qui est largement suffisant pour acquérir les fréquences basses (inférieures à $3 Hz$) qui nous intéressent. Le nombre de points à acquérir est donc $N = 360000$.

L'interrupteur d'alimentation du moteur doit être basculé dans le sens du déplacement souhaité.

Vérifier que les anneaux sont bien contrastés de part et d'autre du contact optique. Placer la photodiode au centre des anneaux. Placer le tube en carton pour masquer la lumière ambiante latérale.

Placer le miroir au contact optique moins $100 \mu m$ puis bloquer l'accouplement de l'arbre avec la clé Allen prévu à cet effet. Utiliser si possible la vis la plus proche du moteur (obligatoire sur l'un des interféromètres). Si aucune vis n'est accessible, il faut s'éloigner encore du contact optique et éventuellement allonger la durée d'acquisition pour que le contact optique soit à peu près au centre de l'enregistrement.

Programmer la fréquence d'échantillonnage et le nombre de points total dans le script Python `acquisition.py`.

Actionner l'interrupteur du moteur puis lancer le script. Lorsque l'enregistrement est terminé, ne pas oublier d'arrêter le moteur.

Les données sont enregistrées dans un fichier `data.txt`. Renommer ce fichier avec le nom de la lampe utilisée.

Utiliser le script `analyseSpectrale.py` pour obtenir le spectre.

Compléter le script pour obtenir le spectre en fonction de la longueur d'onde.

Conclure sur les raies obtenues pour le sodium.

Faire l'acquisition et le traitement pour une lampe au mercure.

Relever les raies sur le spectre. Comparer aux résultats obtenus avec la spectroscopie par réseau.

6. Spectre continu

Dans cette partie, on cherche à obtenir des spectres à partir de la lumière délivrée par une lampe à incandescence (lumière blanche). Ce type de lampe émet une lumière dont le spectre s'étend largement au delà du visible dans l'infrarouge proche et lointain.

Obtenir les franges de coin d'air avec la lampe Hg ou la lampe Na. Déplacer le chariot pour se placer au maximum de contraste puis éclairer avec la lampe à incandescence. Déplacer lentement le chariot pour obtenir les franges. Régler l'inclinaison des miroirs pour obtenir le contact optique.

Pour ce type de lumière à large spectre, un déplacement du miroir de $\pm 20 \mu m$ autour

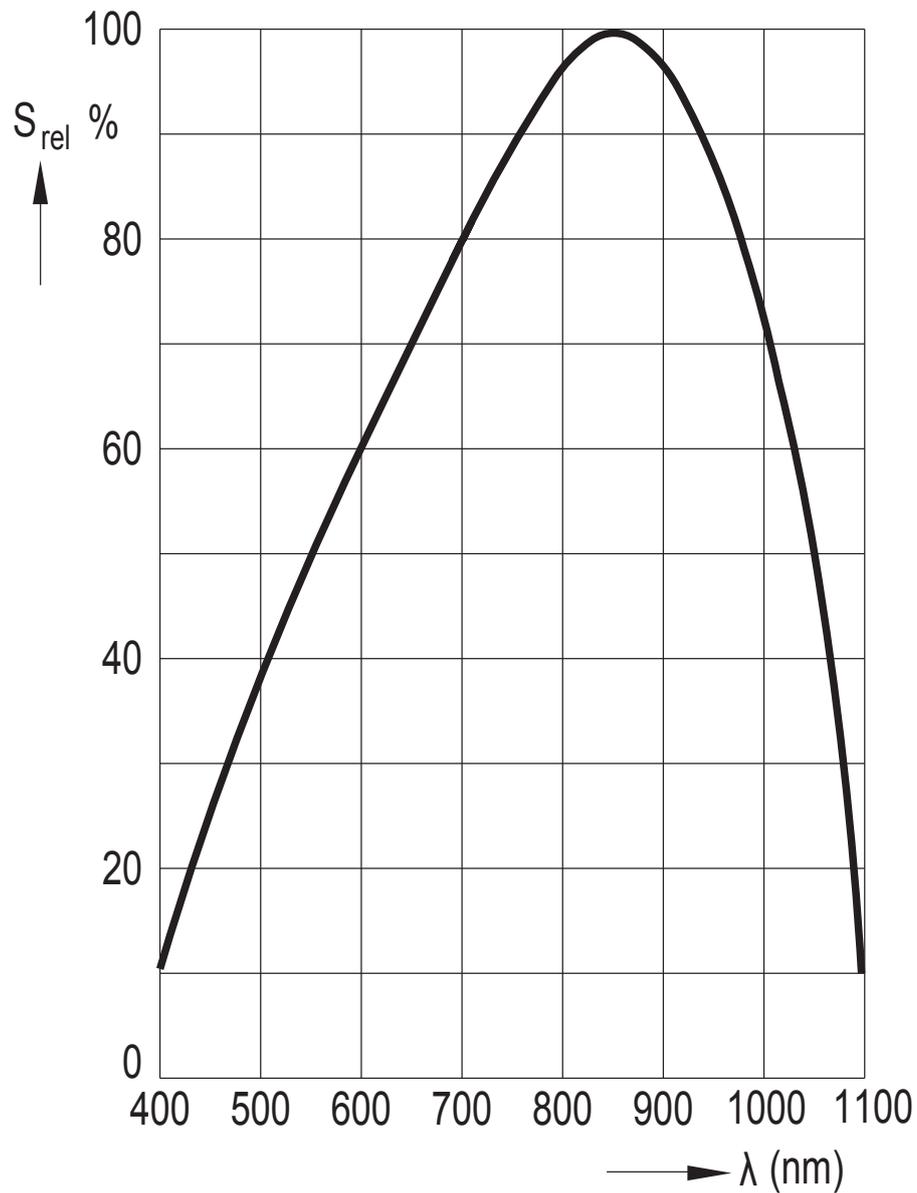
du contact optique est suffisant.

Faire l'acquisition de l'interférogramme puis obtenir le spectre.
Obtenir des spectres avec un filtre coloré placé devant le capteur.

7. Annexe : photodiode et filtrage passe-bas

Le capteur utilisé est une photodiode dont la réponse spectrale est donnée par le constructeur :

Photodiode BPW34



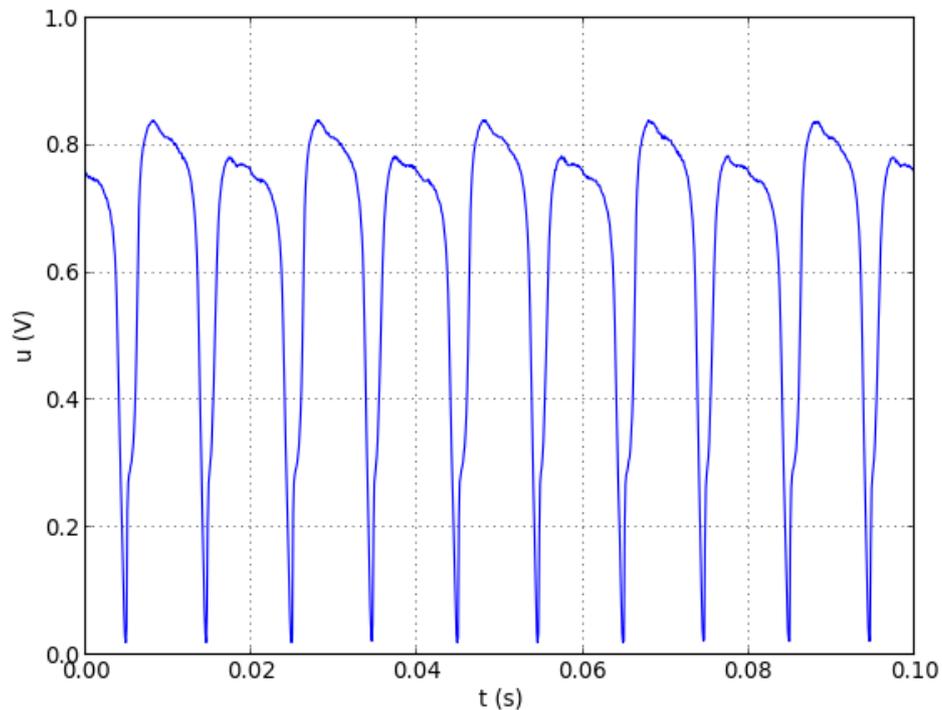
Le maximum de sensibilité se trouve dans l'infrarouge proche. La fonction spectrale utilisée pour le calcul de l'intensité lumineuse s'écrit :

$$S(\sigma) = S_p(\sigma)S_l(\sigma) \quad (9)$$

où $S_p(\sigma)$ est la réponse spectrale de la diode et $S_l(\sigma)$ le spectre de la lumière.

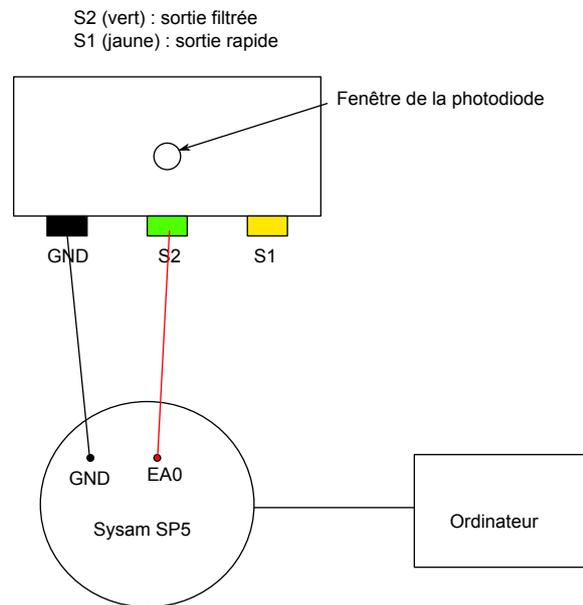
L'intensité du courant électrique délivré par la photodiode est supposée proportionnelle à l'intensité lumineuse $I(\delta)$ définie plus haut. Le circuit électronique convertit le courant électrique en tension.

L'intensité obtenue lorsque la différence de marche est fixée (moteur au repos) a la forme suivante :



Ces variations cycliques de l'intensité lumineuse sont dues aux décharges électriques dans la lampe. Leur fréquence est de 50 Hz . Le circuit électronique associé à la diode comporte un filtre passe-bas qui permet d'éliminer ces variations, tout en laissant passer les basses fréquences qui nous intéressent (inférieures à 3 Hz). Le filtre passe-bas est du second ordre et sa fréquence de coupure est de 5 Hz .

Le boîtier contient la photodiode et le circuit électronique alimenté par une pile. La figure suivante montre le boîtier et la liaison à faire avec la carte d'acquisition pour accéder au signal filtré.



Pour l'utilisation avec une lampe spectrale, le commutateur de calibre doit être sur la position 1 (plus forte sensibilité). Avec une lampe à incandescence, la position 2 doit être utilisée. Dans tous les cas, il faut faire des tests pour vérifier qu'il n'y pas de saturation de la sortie (la saturation est à environ 9 V si la pile est neuve).